

四則演算と計算の限界

情報 I 第44回授業

08コンピュータとプログラミング

対応ファイル: 22exp44.xls

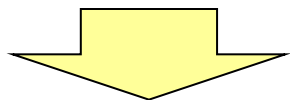
【復習】論理回路(教p.124)

- 真(=1)と偽(=0)の2通りの値(「真理値」という)だけであらわされる、情報の演算を「論理演算」という。
- CPUは、いくつかの論理演算を行う「論理回路」が組み合わさることで複雑な計算を行っている。
- 論理回路の基本となるのが「**ANDゲート**」「**ORゲート**」「**NOTゲート**」で、この3つの論理ゲートの組み合わせでさまざまな論理回路を構成する。

【復習】ANDゲート(論理積ゲート)



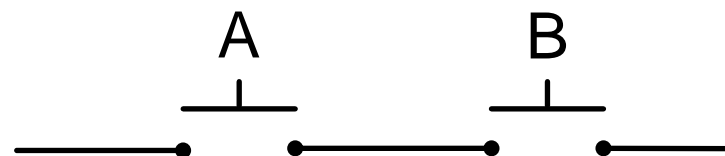
AとBの両方 (A and B) が
1の場合のみ「1」を出力
し、その他の場合は「0」を
出力



スイッチの「直列」配置

真理値表

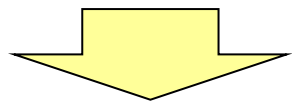
入力		出力
A	B	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



【復習】ORゲート(論理和ゲート)



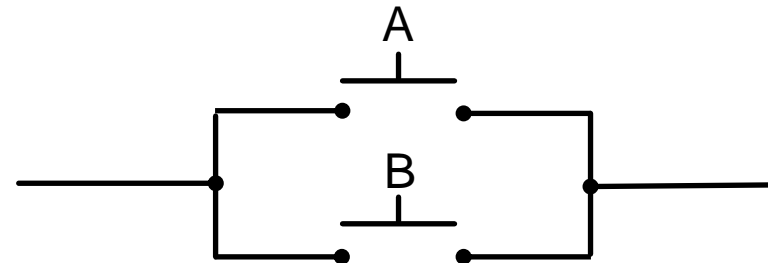
AとBの少なくとも一方(A or B)が1の場合「1」を出力し、両方「0」の場合は「0」を出力



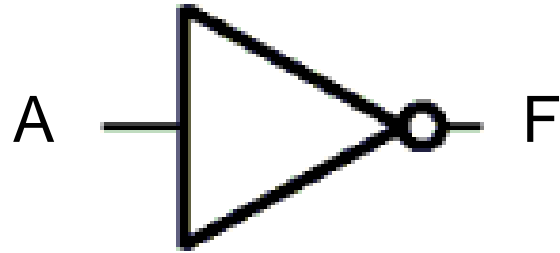
スイッチの「並列」配置

真理値表

入力		出力
A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



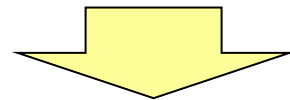
【復習】NOTゲート(否定ゲート)



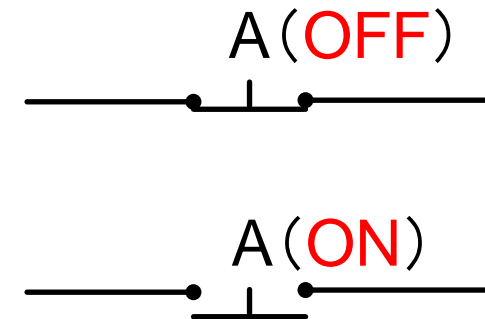
真理値表

入力	出力
A	F
0	1
1	0

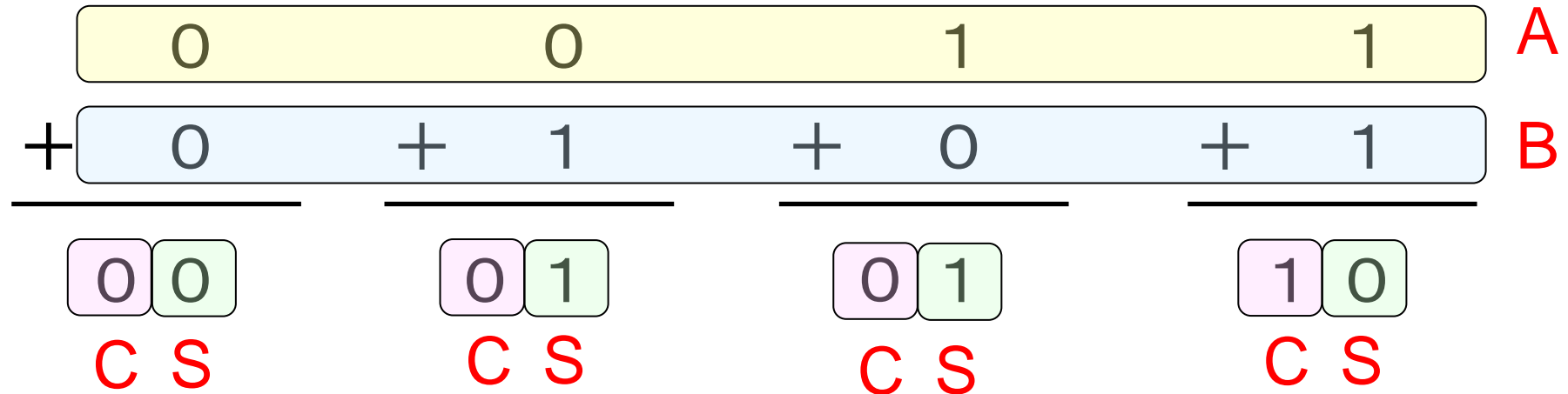
Aが0の場合は「1」を出力し、
1の場合は「0」を出力
(逆の出力(not)を行う)



スイッチを押すと消灯する電球



1ケタの2進法の足し算



入出力を整理

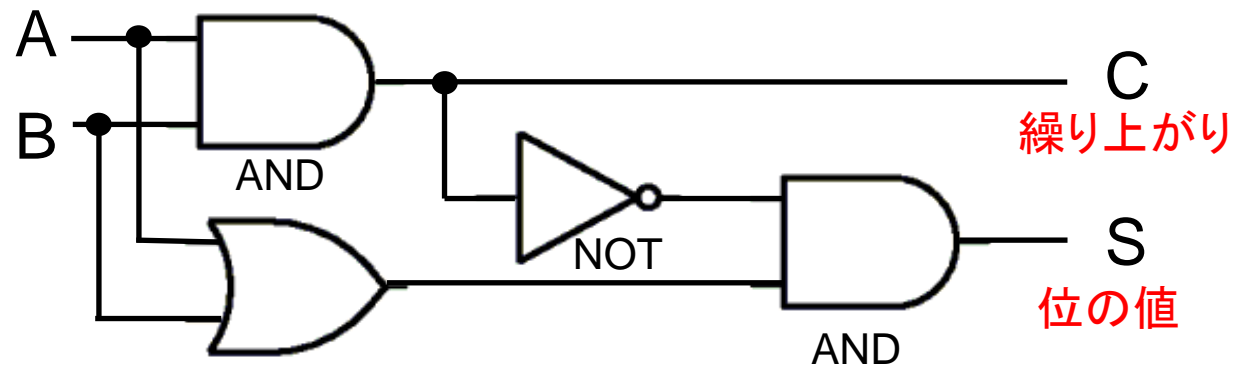
入力		出力	
A	B	C	S
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

繰り上がり

【復習】半加算回路 (Half Adder)

AND、OR、NOTゲートを組み合わせて、1ケタの2進法の「足し算」を行う回路。

入力		出力	
A	B	C	S
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0



【復習】2ケタ以上の足し算

$$\begin{array}{r} 789 \\ + 513 \\ \hline \boxed{1} \boxed{1} \boxed{1} \\ 1302 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1101 \\ + 1011 \\ \hline \boxed{1} \boxed{1} \boxed{1} \boxed{1} \\ 11000 \end{array}$$

「その位の値」(S)

= 「足される数」 + 「足す数」 + 「前桁の繰り上り」

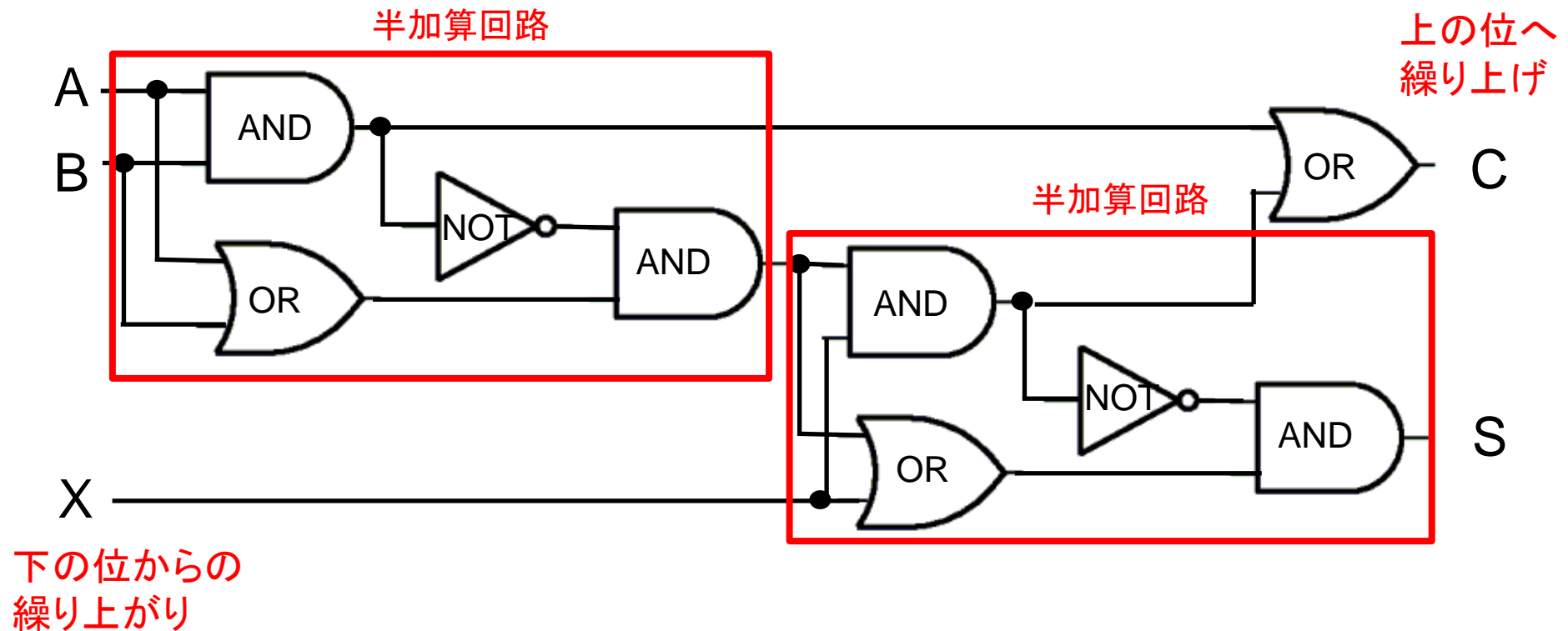
(A)

(B)

(X)

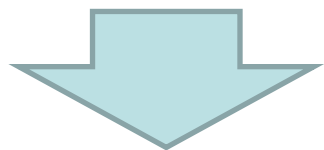
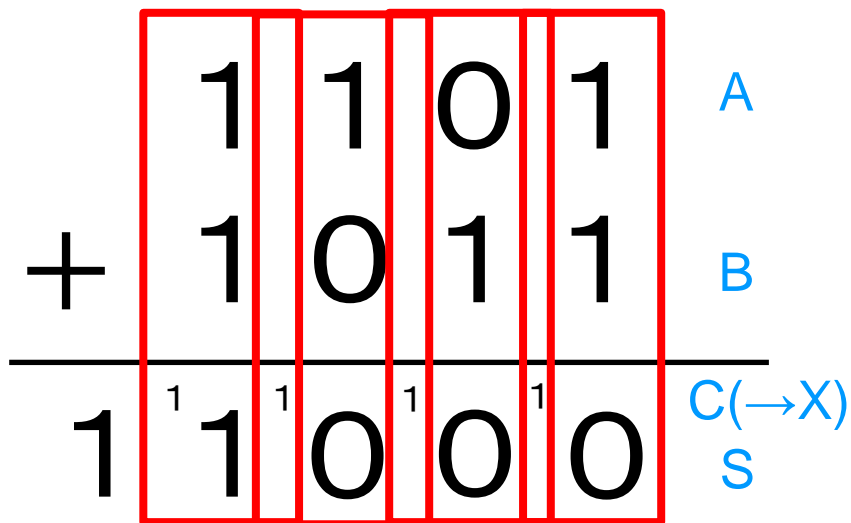
【復習】全加算回路 (Full Adder) 教p.17

下の桁からの「繰り上がり」も取り入れた回路

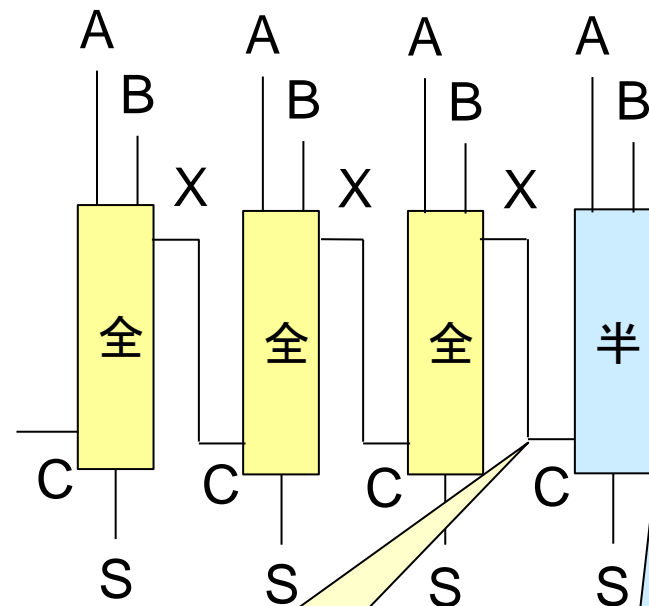


単純な回路の組み合わせで複雑な計算ができるようになる！

【復習】加算回路を用いた4桁の計算



「足し算」ができることは分かっている！



繰り上がりのCが、次の全加算機のXの値となっていく

1桁目は前の桁の繰り上がりが無い → 半加算機が良い

コンピュータで四則演算をするには？

「四則演算」とは、
「+」「-」「×」「÷」の計算のことです。

コンピュータでの「掛け算」

- 同じ数を掛ける数だけ足す。
 - 例) 32×5
 - 32を5回足す
- 2進を2倍する時は桁をずらす。(「Shift」と言うこともある)
 - 例) $156_{(10)} \times 10 = 1560_{(10)}$ (←小数点をずらす)
 - 例) $1011_{(2)} \times 2 = 10110_{(2)}$ (←小数点をずらす)

補数 (p.126)

補数: 「元の数」と「補数」を足した場合に
桁上がりが発生する数のうち「最小」の数

例: (10進法で) 3278の補数

$$\rightarrow 10000 - 3278 = 6722$$

練習: 次の数の補数を求めてみよう

(1) 7

(2) 29

補数と「引き算」

同じ桁数の「引き算」を行う時は、

- ・ 補数を足し、 → 足し算！
- ・ 桁上がりを無視する

例：(10進法で) $5632 - 3278$

→ 3278 の補数： 6722 10000 - 3278

→ $5632 + 6722 = 12354$

無視！

→ 2354

※ $5632 + (10000 - 3278)$ とも考えられる！

2の補数

2進法では、補数(2の補数)は簡単に求まる！

例: $101101_{(2)}$ の補数

→ 101101 の0と1を反転 010010

→ これを足せば、 111111

→ 1000000 は、 111111 の1つあと

→ よって、 $010010 + 1 = 010011$

練習: 次の数の「2の補数」を求めてみよう

(1) 1010

(2) 11111

2の補数を利用した「引き算」

例) 101011 - 1100

001100 のビット反転 110011

よって、2の補数は 110100

桁を揃える!

101011
+) 110100

110011+1

無視!

1011111

011111

11111

練習: 2の補数を利用し、
100110 - 1101 を計算しよう

練習： 100110 - 1101

例) 100110 - 1101

桁を揃える! 001101

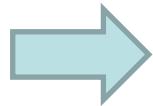
ビット反転 110010

1を足す 110011 ← 2の補数

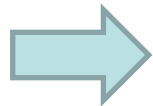
100110
+) 110011

繰り上がりを
無視

1011001



011001



11001

引き算と「割り算」

- 割り算を行うには、
 - 「割られる数」から「割る数」を引けるまで引いていく
 - 引けた回数が商、残った数が余り

例) $35 \div 9$

$$35 - 9 = 26$$

$$26 - 9 = 17$$

$$17 - 9 = 8 (< 9) \leftarrow \text{3回引けたから、}$$

商: 3 余り: 8